Si $f(A)=B$, alors f est la symétrie orthogonale d'axe Δ_2 où Δ_2 désigne la médiatrice du segment $[DC]$.

Si $f(A)=C$, alors f est la symétrie orthogonale d'axe (IB).

Si $f(A)=D$, alors f est la symétrie orthogonale d'axe Δ_1 où Δ_1 désigne la médiatrice du segment $[CB]$.

4. Conclure.

19 **O**n considère un triangle ABC équilatéral direct de centre G. On désigne par r la rotation de centre G et d'angle $\frac{\pi}{3}$ et par A', B' et C' les images respectives de A, B et C par r.

1. Quel est le centre de gravité du triangle $A'B'C'$?
2. Soit f une isométrie transformant $\{A, B, C\}$ en $\{A', B', C'\}$.

a. Montrer que $f(G)=G$.

b. Déterminer toutes les isométries transformant $\{A, B, C\}$ en $\{A', B', C'\}$.

20 Soit ABC un triangle équilatéral direct.

1. Déterminer toutes les isométries f qui laissent globalement invariant le triangle ABC.
2. Soit $D=S_{(AC)}(B)$.

On se propose de déterminer toutes les isométries f qui transforment ABC en ACD.

a. On pose $g=S_{(AC)}\circ f$.

Déterminer l'image par g du triangle ABC.

b. En déduire toutes les isométries f.

21 Soit ABC un triangle rectangle en A et direct.

Soit H le projeté orthogonal de A sur (BC).

1. Déterminer la droite Δ tel que $S_{(CA)}\circ S_{(AB)} = S_{\Delta}\circ S_{(AH)}$.
2. Donner la nature de $S_{(BC)}\circ S_{(CA)}\circ S_{(AB)}$.

22 Soit ABC un triangle équilatéral direct et $\mathscr{C}$ le cercle circonscrit à ABC.

La médiatrice de [BC] recoupe le cercle $\mathscr{C}$ en D et la droite (BD) coupe (AC) en E.

1. a. Montrer que le triangle BCE est isocèle en C.

b. Montrer que (DC) est la médiatrice de [AE].

2. On note $f=S_{(BD)}\circ S_{(DC)}$ et $g=S_{(AC)}\circ S_{(AB)}$.

a. Caractériser les isométries f et g.

b. Déterminer les droites Δ et Δ' telles que $f=S_{\Delta}\circ S_{(AD)}$ et $g=S_{(AD)}\circ S_{\Delta'}$.

c. Montrer que Δ et Δ' sont parallèles puis identifier $f\circ g$.